

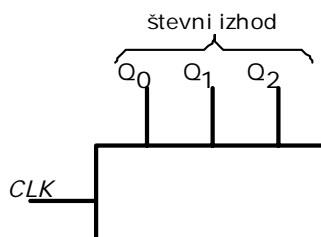
RAZVOJ DIGITALNIH SISTEMOV

Izpit 9. 9. 2011

1. Z uporabo pravil Boole-ove logike ali Veitch-evih diagramov pokažite, da je logična funkcija linearna. Izračunajte koeficiente linearnosti in jo izrazite v obliki linearnega polinoma.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot \overline{x_4} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$$

2. Pretvorite število $4B_{16}$ v BCD zapis z uporabo "double dabble" algoritma.
3. Prikažite sintezo 3-bitnega sinhronnega števca navzdol po Graye-vi kodi s T flip-flopi in logičnimi vrati. Števec ima 3-bitni števeni izhod (Q_2, Q_1, Q_0). Uporabite poimenovanje signalov, kot je narisano na spodnji sliki.



4. Z uporabo D flip-flopov, ki so proženi na sprednji rob signala ure CLK, načrtajte Moore-ove avtomat končnih stanj, ki deluje kot krmilje za kavni avtomat. Kava stane 15 centov, plačujemo pa lahko s kovancema za 5 in 10 centov. Krmilje ima:
 - vhod *5cent*, ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat kovanec za 5 centov in
 - vhod *10cent* ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat kovanec za 10 centov ter
 - izhod *p*, ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat skupno 15 centov.

Avtomat ne vrača drobiža in se ob detekciji plačila 15 centov ne vrača nazaj v začetno stanje, ampak ostane v končnem stanju. Vnos dveh kovancev naenkrat ni mogoč.

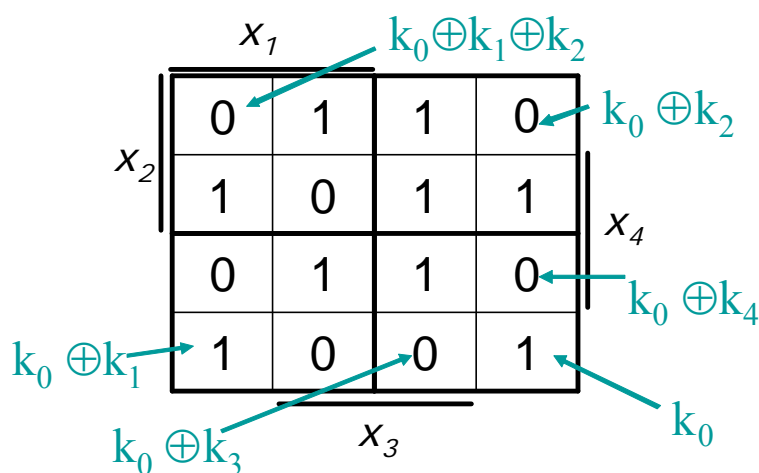
Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 1. naloge:

Disjunktivno normalno obliko logične funkcije vpišemo v Veitchev diagram, tako da za vsak konjunktivni izraz poiščemo ustrezne pravokotnike in vanje vpišemo funkcijske vrednosti 1. Prepognemo kvadrat z mintermom m_0 proti x_4 in nato oba skupaj proti spremenljivki x_3 . Rezultat prepogiba je negacija vrednosti, kar izpolnjuje pogoj linearnosti, zato prepognemo štiri kvadrate proti spremenljivki x_2 . Rezultat prepogiba je negacija v vseh štirih kvadratih, zato nadaljujemo z zadnjim prepogibom osmih kvadratov proti x_1 , kjer imamo enakost. Pregledali smo cel Veitchev diagram in ker smo povsod dobili izpolnjen pogoj enakosti ali popolne negacije pomeni, da je logična funkcija linearna. Prepogibanje je prikazano v knjigi, stran 79, vaja 6.5.5.



Podana funkcija je funkcija 4 spremenljivk, zato lahko njeno splošno izražavo kot linearno funkcijo pišemo kot:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = k_0 \oplus k_1 x_1 \oplus k_2 x_2 \oplus k_3 x_3 \oplus k_4 x_4 \quad (2.1)$$

S pomočjo Veitch–evega diagrama izračunamo koeficiente.

Iz enačb sledi: $k_0=1$ in $k_0 \oplus k_4=0$, kar pomeni $1 \oplus k_4=0 \rightarrow k_4=1$.

Iz enačbe $k_0 \oplus k_3=0$, kar pomeni $1 \oplus k_3=0 \rightarrow k_3=1$.

Če napišemo še enačbo za $k_0 \oplus k_2=0$, kar pomeni $0 \oplus k_2=0$ sledi da je $k_2=1$.

Iz enačbe $k_0 \oplus k_1=1$, kar pomeni $1 \oplus k_1=0 \rightarrow k_1=0$.

In končna rešitev:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$$

Do istega pridemo lahko z uporabo pravil Boole-ove logike. Izhodišče je podana funkcija.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot \overline{x_4} + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$$

Izvedemo razčlenitev po x_4 :

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_2} \cdot x_3 + x_2 \cdot \overline{x_3}) \cdot x_4 + (x_2 \cdot x_3 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3}) \cdot \overline{x_4}$$

Člena v oklepajih predstavljata XOR operacijo in pa EQU operacijo. Za dve spremenljivki velja da je XOR negacija ekvivalence.

$$\begin{aligned} x \oplus y &= \overline{x} \cdot y + x \cdot \overline{y} \\ x \equiv y &= \overline{x \oplus y} = \overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot y \end{aligned}$$

Zgornji enakosti vpišemo v enačbo za funkcijo f , s tem da ekvivalenco raje pišemo kot negacijo XOR funkcije.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2 \oplus x_3) \cdot x_4 + \overline{(x_2 \oplus x_3)} \cdot \overline{x_4}$$

Uvedemo novo spremenljivko g :

$$g = x_2 \oplus x_3$$

Funkcijo zapišemo kot:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = g \cdot x_4 + \overline{g} \cdot \overline{x_4}$$

Od koder sledi

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{g \oplus x_4}$$

Iz zgornje enačbe sledi, da imamo negacijo XOR funkcije, kar lahko zopet izrazimo z XOR funkcijo kot:

$$\overline{x} = 1 \oplus x$$

Če z obratnim vstavljanjem izrazimo funkcijo f s spremenljivkami $x_1..x_4$ dobimo končen rezultat:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus x_4$$

Od tod bi podobno lahko prebrali koeficiente:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= k_0 \oplus k_1 x_1 \oplus k_2 x_2 \oplus k_3 x_3 \oplus k_4 x_4 \\ f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= 1 \oplus 0 \cdot x_1 \oplus 1 \cdot x_2 \oplus 1 \cdot x_3 \oplus 1 \cdot x_4 \end{aligned}$$

Rešitev 2. naloge: $4B_{16} = 75_{10}$. Oziroma zapis posameznih števk: 0111 0101_{BCD}.

DESETICE				ENICE				0	1	0	0	1	0	1	1	pomik 1
							0	1	0	0	1	0	1	1		pomik 2
						0	1	0	0	1	0	1	1			pomik 3
					0	1	0	0	1	0	1	1				pomik 4
				0	1	0	0	1	0	1	1					pomik 5
			0	1	0	0	1	0	1	1						+3
			0	1	1	0	0	0	1	1						pomik 6
		0	1	1	0	0	0	1	1							+3
		0	1	1	0	1	1	1	1							pomik 7
	0	1	1	0	1	1	1	1								+3
	0	1	1	1	0	1	0	1								pomik 8
0	1	1	1	0	1	0	1									
7_{10}				5_{10}												

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 3. naloge:

Postopek sinteze zahteva, da zapišemo tabelo prehajanja stanj števca navzdol po Gray-evi kodi. Desetiška števna sekvenca po 3-bitni Grayevi kodi se glasi:
 ... 0, 4, 5, 7, 6, 2, 3, 1, 0, ...

Števno sekvenco zapišemo v tabelo:

trenutno stanje			naslednje stanje			enačbe T-FF		
Q ₂	Q ₁	Q ₀	Q ₂	Q ₁	Q ₀	T ₂	T ₁	T ₀
0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1

Iz tabele prehajanja stanj števca določimo enačbe T-FF:

Za T₀ narišemo Veitchev diagram. Funkcija je funkcija linearna, zato jo bomo izrazili z XOR operacijami.

		Q_2			
Q_1		0	1	0	1
		1	0	1	0
		Q_0			

$$T_0 = Q_2 \oplus Q_1 \oplus Q_0$$

Podobno za T₁ narišemo Veitchev diagram

		Q_2			
Q_1		0	0	1	0
		0	1	0	0
		Q_0			

Za T₁ sledi:

$$T_1 = \overline{Q_2} \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_1 = (\overline{Q_2} \cdot Q_1 + Q_2 \cdot \overline{Q_1}) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je XOR, zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_1 = (Q_2 \oplus Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

In še za T₂:

		Q_2			
Q_1		1	0	0	0
		0	0	0	1
		Q_0			

Za T₂ sledi:

$$T_2 = \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_2 = (\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} + Q_2 \cdot Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je negacija XOR (za dve spremenljivki je to ekvivalenca), zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_2 = (\overline{Q_2 \oplus Q_1}) \cdot \overline{Q_0}$$

Manj potratno možnost realizacije predstavlja navaden dvojiški 3-bitni sinhroni števec navzgor – tega realiziramo s tremi T-FF in enimi AND vrati.

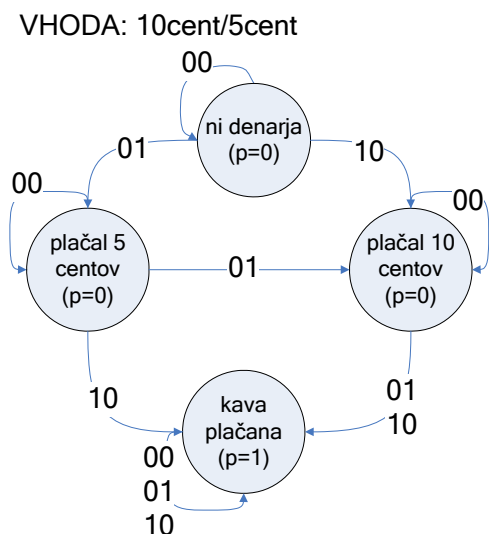
Takemu števcu na izhodu dodamo pretvornik kode iz dvojiškega v Gray-evo kodo z XOR vrati po enačbah:

$$G_{MSB} = B_{MSB}$$

$$G_i = B_{i+1} \oplus B_i$$

Rešitev 4. naloge:

Moore-ova realizacija avtomata končnih stanj. Opis diagrama stanj:



vrgel bo izhod v teh dveh stanjih enak $p=0$, ker še ni plačal celotne cene kave. Če smo v stanju "plačal 5 centov" in uporabnik vrže v avtomat 10 centov (10cent/5cent=10), potem preide v stanje "kava plačana", kjer postavimo izhod ($p=1$). Stanje "kava plačana" je končno in tam tudi ostanemo za vse možne kombinacije. Če smo v stanju "plačal 10 centov" in uporabnik vrže v avtomat 5 ali 10 centov (10cent/5cent=10 oz. 01), potem podobno preidemo v stanje "kava plačana", kjer postavimo izhod ($p=1$).

Naredimo tabelo prehajanja stanj:

trenutno stanje	10cent	5cent	naslednje stanje	izhod p
ni denarja	0	0	ni denarja	0
ni denarja	0	1	plačal 5 centov	0
ni denarja	1	0	plačal 10 centov	0
ni denarja	1	1	X	X
plačal 5 centov	0	0	plačal 5 centov	0
plačal 5 centov	0	1	plačal 10 centov	0
plačal 5 centov	1	0	kava plačana	0
plačal 5 centov	1	1	X	X
plačal 10 centov	0	0	plačal 10 centov	0
plačal 10 centov	0	1	kava plačana	0
plačal 10 centov	1	0	kava plačana	0
plačal 10 centov	1	1	X	X
kava plačana	0	0	kava plačana	1
kava plačana	0	1	kava plačana	1
kava plačana	1	0	kava plačana	1
kava plačana	1	1	X	X

Izberemo kodiranje stanj:

stanje	Q_1	Q_0
ni denarja	0	0
plačal 5 centov	0	1
plačal 10 centov	1	0
kava plačana	1	1

Na začetku se nahajamo v stanju "ni denarja", v katerem je izhod $p=0$. Vhoda v avtomat sta dva: 10cent in 5cent, kar na diagramu kodiramo kot 10cent/5cent.

Mehanizem za vnos kovancev preprečuje hkraten vnos dveh kovancev, torej je kombinacija (10cent/5cent=11) nemogoča, zato bo avtomat od tu lahko prešel v poljubno stanje (X). Če uporabnik ni vrgel denarja v avtomat (10cent/5cent=00), potem ostaja v stanju "ni denarja". Če uporabnik vrže v avtomat 5 centov (10cent/5cent=01), potem preide v stanje "plačal 5 centov". Če uporabnik vrže v avtomat 10 centov (10cent/5cent=10), potem preide v stanje "plačal 10 centov". Ne glede na to koliko je

Nad tabelo prehajanja stanj uporabimo predlagano kodiranje stanj:

Q_1	Q_0	10cent	5cent	Q_1	Q_0	izhod p
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	X	X	X
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	X	X	X
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	X	X	X

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

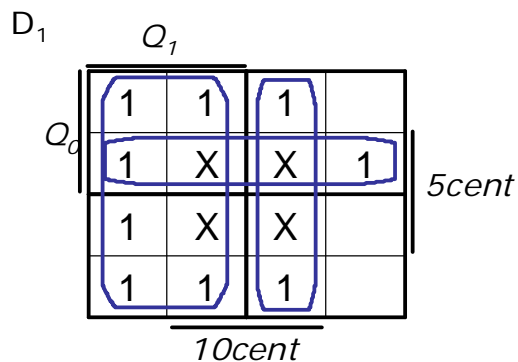
Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Naloga zahteva realizacijo z D–FF:

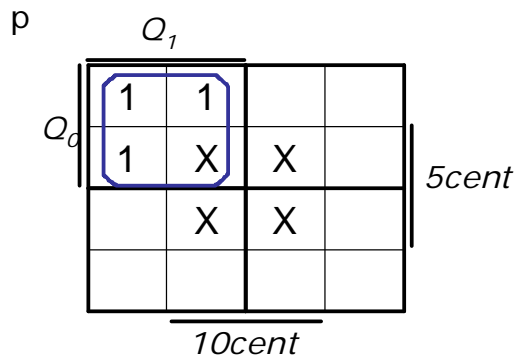
Veitch–ev diagram za D_1 :

t				t+1				
Q_1	Q_0	10cent	5cent	Q_1	Q_0	D_1	D_0	izhod p
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	X	X	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	X	X	X	X	X
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	X	X	X	X	X
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	X	X	X	X	X



$$D_1 = Q_1 + 5cent \cdot Q_0 + 10cent$$

Veitch–ev diagram za izhod p:



$$p = Q_1 \cdot Q_0$$

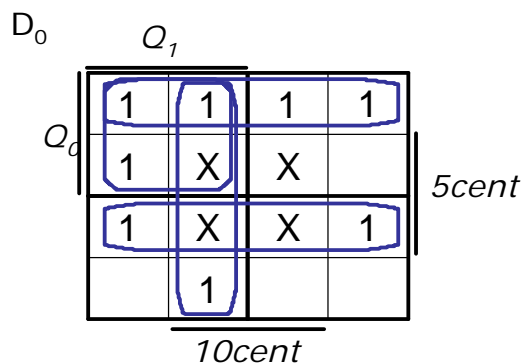
Iz dobljene tabele narišemo Veitch–eve diagrame za oba D–FF in izhod p:

$$D_0 = V(1, 4, 6, 9, 10, 12 - 14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

$$D_1 = V(2, 5, 6, 8, 9, 10, 12 - 14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

$$p = V(12 - 14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

Veitch–ev diagram za D_0 :



$$D_0 = Q_1 \cdot Q_0 + \overline{5cent} \cdot Q_0 + 10cent \cdot Q_1 + 5cent \cdot \overline{Q_0}$$

$$D_0 = Q_1 \cdot (Q_0 + 10cent) + 5cent \oplus Q_0$$

Enačbo za izhod p bi lahko napisali tudi samo s sklepanjem, saj se izhod p postavi samo, ko je avtomat v stanju "kava plačana", ki ima kodo $Q_1Q_0="11"$ – torej ko bosta Q_1 in Q_0 enaka '1', bo izhod $p=1$. Iz dobljenih enačb minimizacije bi lahko narisali vezje krmilja.

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>