

# RAZVOJ DIGITALNIH SISTEMOV

Izpit

31. 01. 2025

1. Realizirajte funkcijo  $f$  s čim manj izbiralniki 4/1.

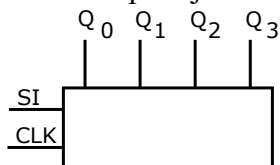
$$f(a,b,c,d) = (a \cdot \bar{b} + b \cdot c \cdot \bar{d} + b \cdot c) \cdot ((a \cdot c \cdot d) \cdot (\bar{c} + d))$$

2. Uporabite ROM vezje za realizacijo funkcij:

$$g_1 = x_1 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \quad g_2 = \bar{x}_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2$$

ROM vezje ima 3 naslovne spremenljivke in 2 bitno vsebino. Narišite shemo ROM vezja in v shemi označite programirane povezave oz. 'varovalke' s piko (●).

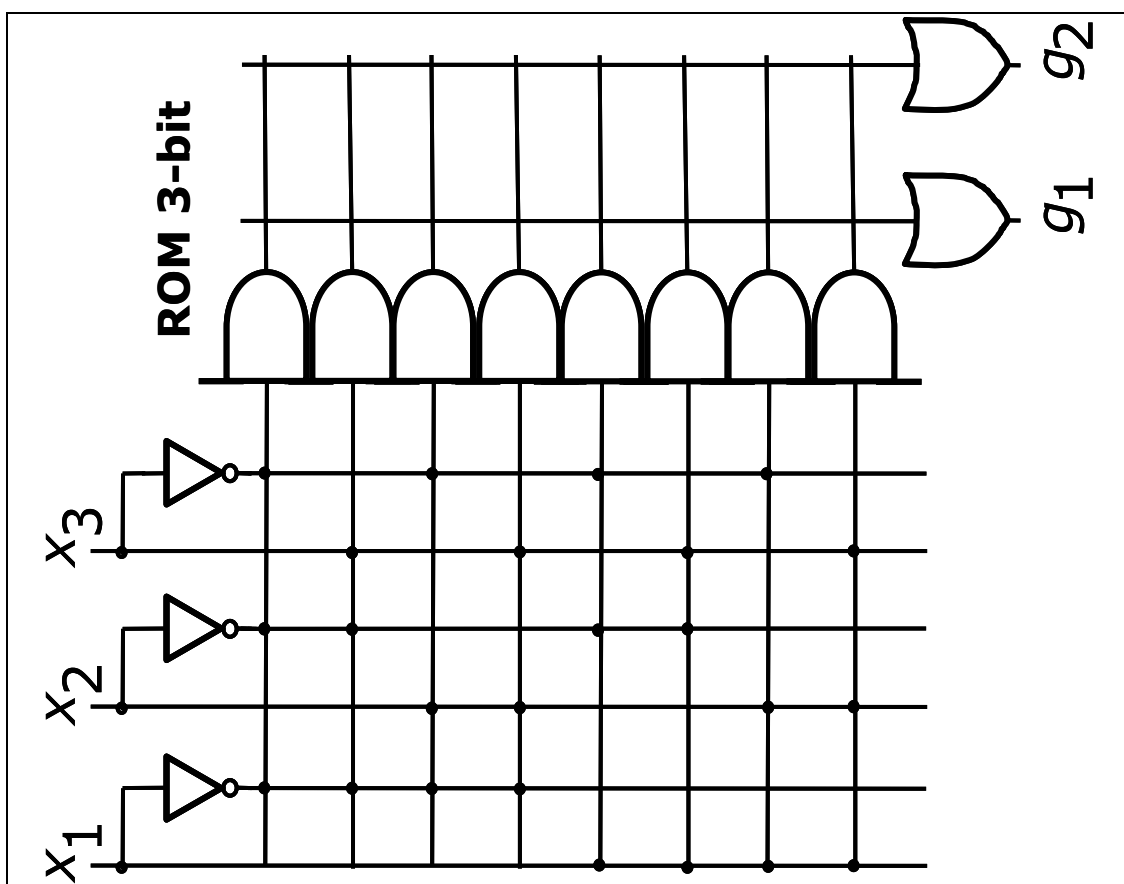
3. Sestavite 4-bitni pomikalni register s T-celicami in izbiralniki 2/1. Register ima zaporedni vhod  $SI$  (ang. serial input), in vzporedni izhod ( $Q_0$ ,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ). Uporabite poimenovanje signalov na spodnji sliki.



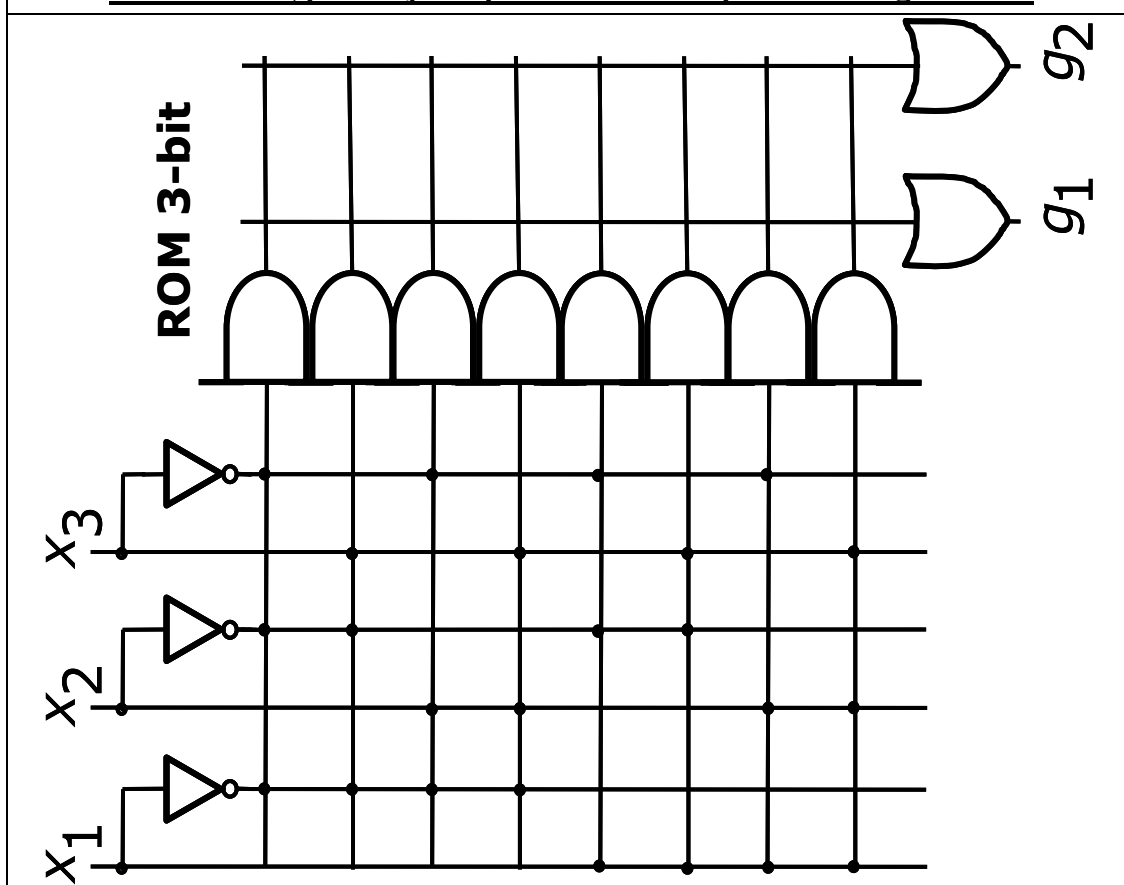
4. Minimizirajte podani avtomat končnih stanj z uporabo metode z razdelki ter zapišite tabelo prehajanja stanj nastalega minimalnega avtomata.

<i>Trenutno stanje</i>	<i>Naslednje stanje</i>		<i>Izhod</i>
	$w=0$	$w=1$	
A	B	C	1
B	D	F	1
C	F	E	0
D	B	G	1
E	F	C	0
F	E	D	0
G	F	G	0

OBRNITE LIST



Če se zmotite, prečrtajte napačno shemo in uporabite drugo shemo!



Rešitev 1. naloge:

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete.

Rezultati bodo objavljeni na spletni strani e-študent.

Funkcija  $f$  je podana v večnivojski (nenormalni) obliki:

$$f(a,b,c,d) = (a \cdot \bar{b} + b \cdot c \cdot \bar{d} + b \cdot c) \cdot ((a \cdot c \cdot d) \cdot (\bar{c} + d))$$

zato jo najprej poenostavimo z uporabo pravil Boole-ove logike. Izpišemo desni člen funkcije in uporabimo lastnost Boole-ove logike  $x \cdot \bar{x} = 0$ , lastnost  $x \cdot x = x$  in lastnost  $0 + x = x$ .

$$f(a,b,c,d) = (a \cdot \bar{b} + b \cdot c \cdot \bar{d} + b \cdot c) \cdot (a \cdot c \cdot d \cdot \bar{c} + a \cdot c \cdot d \cdot d)$$

Nad rezultatom ponovno uporabimo lastnost Boole-ove logike  $x \cdot \bar{x} = 0$  in lastnost  $x \cdot x = x$ .

$$f(a,b,c,d) = (a \cdot \bar{b} + b \cdot c \cdot \bar{d} + b \cdot c) \cdot (a \cdot c \cdot d)$$

Rezultat vnesemo v levi del funkcije in znova uporabimo omenjene lastnosti Boole-ove logike:

$$f(a,b,c,d) = (a \cdot \bar{b} \cdot a \cdot c \cdot d + b \cdot c \cdot \bar{d} \cdot a \cdot c \cdot d + b \cdot c \cdot a \cdot c \cdot d)$$

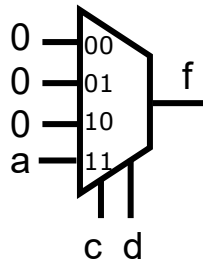
Dobimo dva člena in ju zapišemo v obliki PDNO, ki jo nato minimiziramo s pomočjo Veitch-evega diagrama ali z uporabo lastnosti združevanja Boole-ove algebre  $x + \bar{x} = 1$ :

$$f(a,b,c,d) = a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot d + b \cdot a \cdot c \cdot d$$

$$f_{PDNO}(a,b,c,d) = V(11,15)$$

$$f_{MDNO}(a,b,c,d) = a \cdot c \cdot d \cdot (\bar{b} + b) = a \cdot c \cdot d$$

in jo realiziramo z enim izbiralnikom 4/1, tako da naredimo Shannon-ov razvoj funkcije. Glede na kombinacijo naslovnih vhodov izbiralnika dobimo 6 možnih rešitev (ac, ca, ad, da, cd, dc).



Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete.

Rezultati bodo objavljeni na spletni strani e-študent.

## Rešitev 2. naloge:

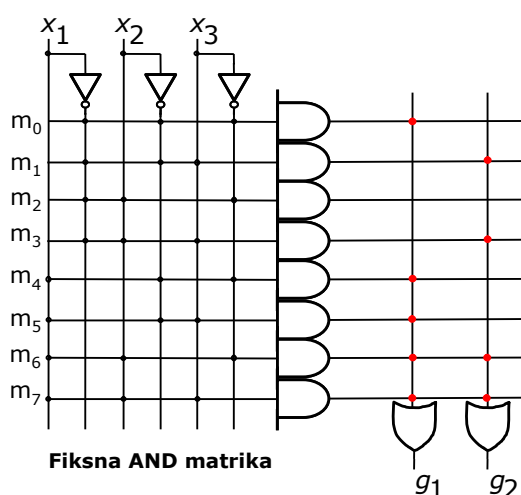
Če se funkcije ne nahajajo v popolni disjunktivni normalni obliki (PDNO), jih prevedemo v to obliko z uporabo pravil Boole-ove algebre. Funkcijo lahko tudi izpišemo v Veitch-ev diagram in izpišemo številke mintermov, kjer je funkcija enaka '1'.

$$\begin{aligned} g_1(x_1, x_2, x_3) &= x_1 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} = x_1 \cdot (\overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3) + (\overline{x_1} + x_1) \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \\ g_1(x_1, x_2, x_3) &= x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \\ g_1(x_1, x_2, x_3) &= x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \\ g_1(x_1, x_2, x_3) &= V(4, 6, 5, 7, 0) \end{aligned}$$

Podobno storimo še za preostale funkcije:

$$\begin{aligned} g_2 &= \overline{x_1} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 = \overline{x_1} \cdot (\overline{x_2} + x_2) \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot (\overline{x_3} + x_3) \\ g_2(x_1, x_2, x_3) &= \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \\ g_2(x_1, x_2, x_3) &= V(1, 3, 6, 7) \end{aligned}$$

PDNO je najprimernejša oblika za realizacijo z ROM, ker je matrika AND fiksna. Programirane vrednosti AND matrike predstavljajo vse minterme funkcije treh spremenljivk ( $x_1 \ x_2 \ x_3$ ) od  $m_0$  do  $m_7$ . Številka minterma določa naslov lokacije ROM pomnilnika.



Narišemo celotno vezje ROM strukture in vstavimo pike (●) v OR matriki tam, kjer želimo programirati določeno spremenljivko v členu PDNO.

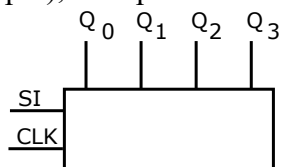
Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete.

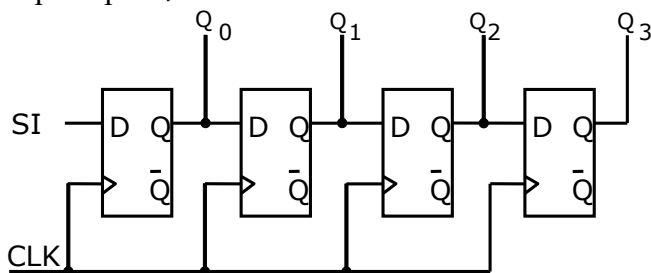
Rezultati bodo objavljeni na spletni strani e-študent.

### Rešitev 3. naloge:

Sestavite 4-bitni pomikalni register s T-celicami in izbiralniki 2/1. Register ima zaporedni vhod *SI* (ang. serial input), in vzporedni izhod ( $Q_0, Q_1, Q_2, Q_3$ )



Zaporedno-vzporedni (SIPO) pomikalni register, realiziran s pomočjo D-FF, je veriga kaskadno vezanih D-FF, v kateri je izhod prejšnjega flip-flopa  $Q_{i-1}$  vezan na vhod naslednjega flip-flopa  $D_i$ .



Če želimo pomikalni register sestaviti iz T-FF in 2/1 izbiralnikov, moramo pravzaprav realizirati celico D-FF s pomočjo T-FF in 2/1 izbiralnikov. V ta namen zapišemo tabelo D-FF, pri kateri dodamo izhodni stolpec *T* vhoda.

<i>D</i>	$Q(t)$	$Q(t+1)$	<i>T</i>
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	0

XOR vrata moramo realizirati s pomočjo 2/1 izbiralnikov, zato zapišemo enačbo XOR funkcije:

$$f = x \oplus y = \bar{x} \cdot y + x \cdot \bar{y}$$

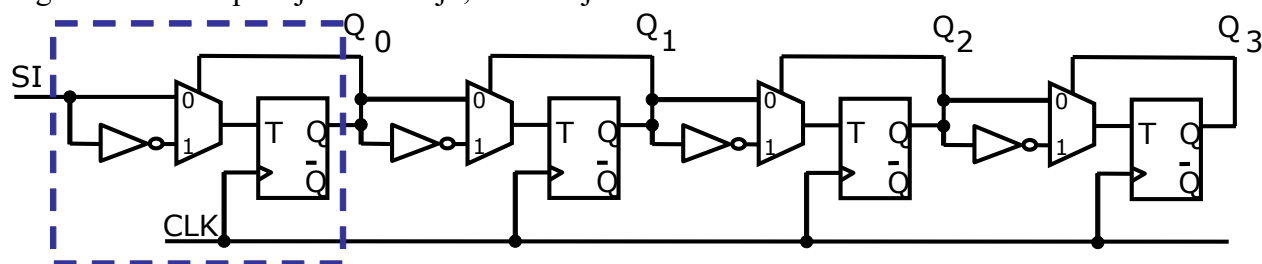
Iz tabele sledi, da je *T* vhod XOR operacija  $Q(t)$  in vhoda D-FF, ki ga realiziramo.

Funkcijo *f* realiziramo z izbiralnikom tako, da naredimo razvoj po spremenljivki *x* in dobimo:

$$Q(t+1) = Q(t) \oplus D$$

<i>x</i>	<i>f</i>
0	<i>y</i>
1	<i>y'</i>

Če nastali D-FF iz T-FF in 2/1 izbiralnika sestavimo skupaj v 4-bitni pomikalni register dobimo spodnjo realizacijo, v kateri je izvedba D-FF označena črtkano.



Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete.

Rezultati bodo objavljeni na spletni strani e-študent.

Rešitev 4. naloge:

V prvi iteraciji zberemo skupaj vsa stanja v enem razdelku:  $P_1 = (ABCDEFGG)$

Trenutno stanje	Naslednje stanje		Izhod z
	w=0	w=1	
A	B	C	1
B	D	F	1
C	F	E	0
D	B	G	1
E	F	C	0
<u>F</u>	E	<u>D</u>	0
G	F	G	0

Naslednja iteracija loči stanja, ki imajo različne izhode:  $P_2 = (ABD)(CEFG)$

- Pregledamo vsa naslednja stanja pri vhodu 0 in 1 v vsakem bloku:
    - Blok (ABD):
      - Naslednja stanja pri w=0 (BDB)
      - Naslednja stanja pri w=1 (CFG)
    - Blok (CEFG):
      - Naslednja stanja pri w=0 (FFEF)
      - Naslednja stanja pri w=1 (ECDG)
- Vsa stanja niso v enem bloku. Problem je pri stanju **F**, ki ima naslednje stanje **D**. Zato bo stanje **F** NEEKVIVALENTNO ostalim **CEG**.
- Novo stanje **F** zato postavimo v svojo skupino.

Naslednja iteracija loči stanje F od ostalih  $P_3 = (ABD)(CEG)(F)$

- Blok (ABD):
  - Naslednja stanja pri w=0 (BDB)  
So vsa v istem bloku
  - Naslednja stanja pri w=1 (CFG) Niso v istem bloku, ker je **F** v drugem bloku kot **C** in **G**. Zato bo stanje **B** v novem bloku.
- Blok (CEG):
  - Naslednja stanja pri w=0 (FFF)
  - Naslednja stanja pri w=1 (ECG) C, E in G imamo lahko še vedno za ekvivalentna

Trenutno stanje	Naslednje stanje		Izhod z
	w=0	w=1	
A	B	C	1
B	D	F	1
C	F	E	0
D	B	G	1
E	F	C	0

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete.

Rezultati bodo objavljeni na spletni strani e-študent.

<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>0</i>
<i>G</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>0</i>

Naslednja iteracija loči stanje B od ostalih  $P_4=(AD)(B)(CEG)(F)$

- Blok (*AD*)
  - Naslednja stanja pri  $w=0$  (*BB*)
  - Naslednja stanja pri  $w=1$  (*CG*)
  - So vsa v istem bloku.
- Blok (*CEG*)
  - Naslednja stanja pri  $w=0$  (*FFF*)
  - Naslednja stanja pri  $w=1$  (*ECG*) So vsa v istem bloku.

Trenutno stanje	Naslednje stanje		Izhod z
	w=0	w=1	
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>1</i>
<i>B</i>	<i>D</i>	<i>F</i>	<i>1</i>
<i>C</i>	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>0</i>
<i>D</i>	<i>B</i>	<i>G</i>	<i>1</i>
<i>E</i>	<i>F</i>	<i>C</i>	<i>0</i>
<i>F</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>0</i>
<i>G</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>0</i>

$P_5=(AD)(B)(CEG)(F)$

Iteraciji  $P_5$  in  $P_4$  sta enaki, zato se postopek minimizacije zaključi. Stanji *A* in *D* sta ekvivalentni. Stanja *C*, *E* in *G* so ekvivalentna.

- Tabelo stanj zapišemo na novo
- Izbrišemo vrstice za *D*, *E* in *G*
- Zamenjamo stanja:  $D \rightarrow A$  in vse  $E \rightarrow C$  ter  $G \rightarrow C$

Rezultat je nova tabela stanj minimiziranega avtomata:

Trenutno stanje	Naslednje stanje		Izhod z
	w=0	w=1	
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>1</i>
<i>B</i>	<i>A</i>	<i>F</i>	<i>1</i>
<i>C</i>	<i>F</i>	<i>C</i>	<i>0</i>
<i>F</i>	<i>C</i>	<i>A</i>	<i>0</i>

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete. Rezultati bodo objavljeni na spletni strani e-študent.