

RAZVOJ DIGITALNIH SISTEMOV

Izpit

13. 02. 2018

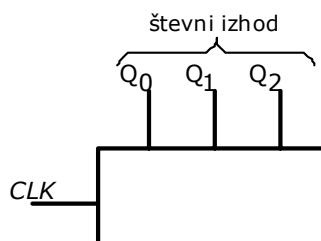
1. Realizirajte funkcijo f z dvovhodnimi vpoglednimi tabelami LUT2 (ang. look-up table).

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \equiv x_3) \oplus (x_2 \equiv x_4)$$

2. Realizirajte podano funkcijo f z eno 4-bitno aritmetično-logično enoto (ALU). Morebitne negacije vhodnih spremenljivk izvedite z ALU.

$$f(a, b, c, d, e) = a \cdot b \cdot d + \bar{c} \cdot d + \bar{e}$$

3. Prikažite sintezo 3-bitnega sinhronega števca navzdol po Graye-vi kodi s T flip-flopi in logičnimi vrati. Števec ima 3-bitni števeni izhod (Q_2 , Q_1 , Q_0). Uporabite poimenovanje signalov, kot je narisano na spodnji sliki.



4. Z uporabo D flip-flopov, ki so proženi na sprednji rob signala ure CLK, načrtajte Moore-ove avtomat končnih stanj, ki deluje kot krmilje za kavni avtomat. Kava stane 15 centov, plačujemo pa lahko s kovancema za 5 in 10 centov.

Krmilje ima:

- vhod *5cent*, ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat kovanec za 5 centov,
- vhod *10cent* ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat kovanec za 10 centov,
- izhod *p*, ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat skupno 15 centov.

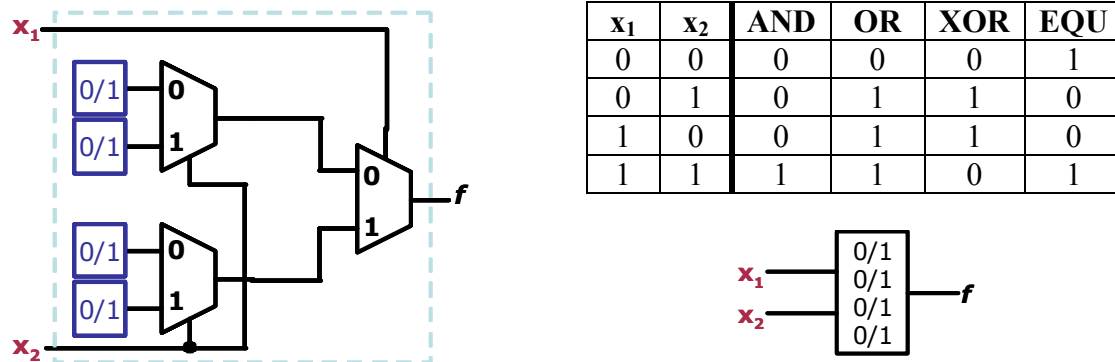
Avtomat ne vrača drobiža in se ob detekciji plačila 15 centov ne vrača nazaj v začetno stanje, ampak ostane v končnem stanju. Vnos dveh kovancev naenkrat ni mogoč.

Rešitev 1. naloge:

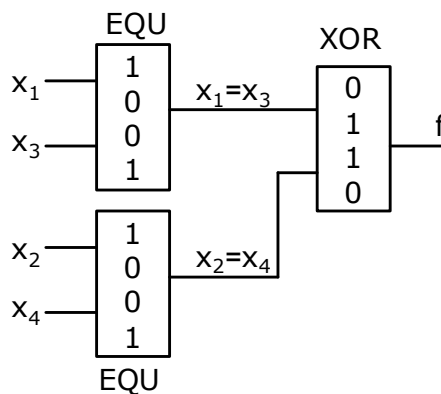
Funkcija je že primerna za realizacijo z dvovhodnimi vpoglednimi tabelami (ang. look-up table) v vezju FPGA in je ni treba posebej predelovati.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \equiv x_3) \oplus (x_2 \equiv x_4)$$

Dvovhodne vpogledne tabele (LUT2) so sestavljene iz pomnilnika (4 RAM celice) in treh 2/1 izbiralnikov. V vsako RAM celico so vpisane vrednosti, ki realizirajo eno od 16 osnovnih dvovhodnih funkcij.



Na zgornji sliki sta prikazani struktura dvovhodne vpogledne tabele (levo) in posplošeni simbol, ki ga uporabljamo pri risanju realizacij funkcij (desno) ter primer vsebine RAM celic za nekaj osnovnih funkcij (XOR, EQU). Tako lahko LUT uporabljamo za realizacijo funkcij v več nivojih.



Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 2. naloge:

Funkcija f je podana v obliki MDNO.

$$f(a, b, c, d, e) = a \cdot b \cdot d + \bar{c} \cdot d + \bar{e}$$

Aritmetično–logično enota lahko poleg aritmetičnih naenkrat realizira štiri dvovhodne logične operacije *istega tipa* (OR, AND, NOT, NOR, NAND, XOR, XNOR), zato nas zanima realizacija zgornje funkcije z dvovhodnimi operatorji enega tipa. Pri realizaciji so zato primerne čimbolj nenormalne oblike (večnivojske oblike), samo da vsebujejo operatorje ene vrste. Podana funkcija je v MDNO, zato za neposredno realizacijo s 4-bitno ALU ni primerna, saj vsebuje operaciji AND in OR – torej bi za realizacijo rabili najmanj dve aritmetični–logični enoti in tretjo za izvedbo inverterjev. Funkcijo MDNO prevedemo na operator enega tipa – operator NAND, kar pomeni obliko SNO (Sheffer–jeva normalna oblika funkcije):

$$f(a, b, c, d, e) = a \cdot b \cdot d + \bar{c} \cdot d + \bar{e}$$

$$f(a, b, c, d, e) = (a \cdot b + \bar{c}) \cdot d + \bar{e}$$

Najprej pri prvih dveh členih izpostavimo člen d , saj petih operacij z eno 4 bitno ALU ne moremo izvesti.

$$f(a, b, c, d, e) = (a \cdot b + \bar{c}) \cdot d + \bar{e}$$

$$f(a, b, c, d, e) = \overline{\overline{(a \cdot b + \bar{c})} \cdot d + \bar{e}}$$

Za pretvorbo v SNO nad vsemi konjunkcijami izvedemo dvojno negacijo. Nad členom v oklepaju uporabimo De Morganov teorem, da dobimo izražavo z NAND operatorjem.

$$f(a, b, c, d, e) = \overline{\overline{((\overline{a \cdot b}) \cdot c)} \cdot d + \bar{e}}$$

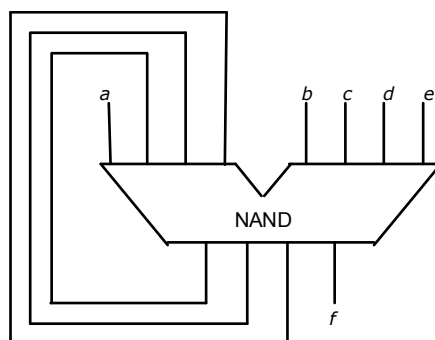
Podobno storimo še enkrat:

$$f(a, b, c, d, e) = \overline{\overline{((\overline{a \cdot b}) \cdot c)} \cdot d \cdot e}$$

Dobljene NAND operatorje predstavimo z oklepaji.

$$f(a, b, c, d, e) = (((a \uparrow b) \uparrow c) \uparrow d) \uparrow e$$

Narišemo realizacijo:



Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 3. naloge:

Postopek sinteze zahteva, da zapišemo tabelo prehajanja stanj števca navzdol po Gray-evi kodi. Desetiška števna sekvenca po 3-bitni Grayevi kodi se glasi:
 ... 0, 4, 5, 7, 6, 2, 3, 1, 0, ...

Števno sekvenco zapišemo v tabelo:

trenutno stanje			naslednje stanje			enačbe T-FF		
Q ₂	Q ₁	Q ₀	Q ₂	Q ₁	Q ₀	T ₂	T ₁	T ₀
0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1

Iz tabele prehajanja stanj števca določimo enačbe T-FF:

Za T₀ narišemo Veitchev diagram. Funkcija je funkcija linearna, zato jo bomo izrazili z XOR operacijami.

	Q ₂			
Q ₁	0	1	0	1
	1	0	1	0
	Q ₀			

$$T_0 = Q_2 \oplus Q_1 \oplus Q_0$$

Podobno za T₁ narišemo Veitchev diagram

	Q ₂			
Q ₁	0	0	1	0
	0	1	0	0
	Q ₀			

Za T₁ sledi:

$$T_1 = \overline{Q_2} \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_1 = (\overline{Q_2} \cdot Q_1 + Q_2 \cdot \overline{Q_1}) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je XOR, zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_1 = (Q_2 \oplus Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

In še za T₂:

	Q ₂			
Q ₁	1	0	0	0
	0	0	0	1
	Q ₀			

Za T₂ sledi:

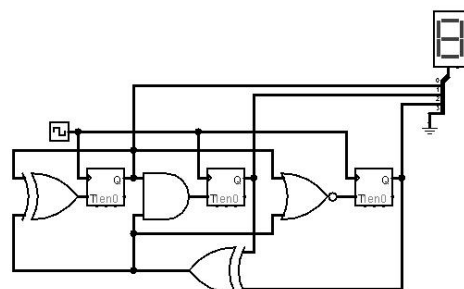
$$T_2 = \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_2 = (\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} + Q_2 \cdot Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je negacija XOR (za dve spremenljivki je to ekvivalenca), zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_2 = (\overline{Q_2 \oplus Q_1}) \cdot \overline{Q_0} = \overline{(Q_2 \oplus Q_1)} \cdot \overline{Q_0}$$

T-FF down 3-bit Gray code counter: 0, 4, 5, 7, 6, 2, 3, 1, 0, ...



Vezje se nahaja v Logisim predlogah rešenih nalog na domači strani predmeta: Logisim\counter\3-bit down Gray code counter.circ

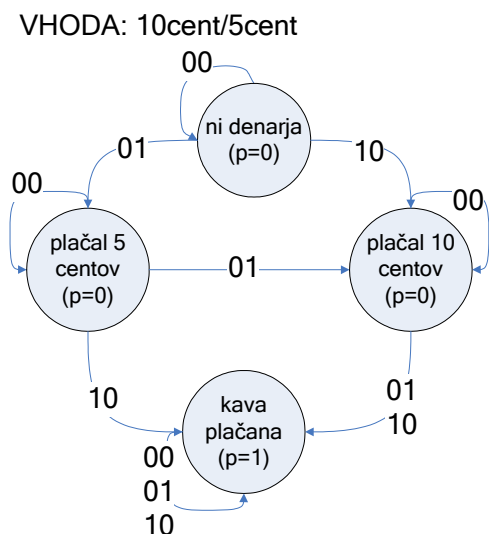
Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VŠŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 4. naloge:

Moore-ova realizacija avtomata končnih stanj. Opis diagrama stanj:



vrgel bo izhod v teh dveh stanjih enak $p=0$, ker še ni plačal celotne cene kave. Če smo v stanju "plačal 5 centov" in uporabnik vrže v avtomat 10 centov (10cent/5cent=10), potem preide v stanje "kava plačana", kjer postavimo izhod ($p=1$). Stanje "kava plačana" je končno in tam tudi ostanemo za vse možne kombinacije. Če smo v stanju "plačal 10 centov" in uporabnik vrže v avtomat 5 ali 10 centov (10cent/5cent=10 oz. 01), potem podobno preidemo v stanje "kava plačana", kjer postavimo izhod ($p=1$).

Naredimo tabelo prehajanja stanj:

trenutno stanje	10cent	5cent	naslednje stanje	izhod p
ni denarja	0	0	ni denarja	0
ni denarja	0	1	plačal 5 centov	0
ni denarja	1	0	plačal 10 centov	0
ni denarja	1	1	X	X
plačal 5 centov	0	0	plačal 5 centov	0
plačal 5 centov	0	1	plačal 10 centov	0
plačal 5 centov	1	0	kava plačana	0
plačal 5 centov	1	1	X	X
plačal 10 centov	0	0	plačal 10 centov	0
plačal 10 centov	0	1	kava plačana	0
plačal 10 centov	1	0	kava plačana	0
plačal 10 centov	1	1	X	X
kava plačana	0	0	kava plačana	1
kava plačana	0	1	kava plačana	1
kava plačana	1	0	kava plačana	1
kava plačana	1	1	X	X

Izberemo kodiranje stanj:

stanje	Q_1	Q_0
ni denarja	0	0
plačal 5 centov	0	1
plačal 10 centov	1	0
kava plačana	1	1

Na začetku se nahajamo v stanju "ni denarja", v katerem je izhod $p=0$. Vhoda v avtomat sta dva: 10cent in 5cent, kar na diagramu kodiramo kot 10cent/5cent.

Mehanizem za vnos kovancev preprečuje hkraten vnos dveh kovancev, torej je kombinacija (10cent/5cent=11) nemogoča, zato bo avtomat od tu lahko prešel v poljubno stanje (X). Če uporabnik ni vrgel denarja v avtomat (10cent/5cent=00), potem ostaja v stanju "ni denarja". Če uporabnik vrže v avtomat 5 centov (10cent/5cent=01), potem preide v stanje "plačal 5 centov". Če uporabnik vrže v avtomat 10 centov (10cent/5cent=10), potem preide v stanje "plačal 10 centov". Ne glede na to koliko je

Nad tabelo prehajanja stanj uporabimo predlagano kodiranje stanj:

Q_1	Q_0	10cent	5cent	Q_1	Q_0	izhod p
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	X	X	X
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	X	X	X
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	X	X	X

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

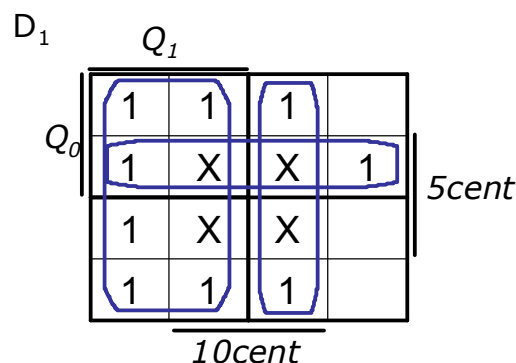
Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Naloga zahteva realizacijo z D-FF:

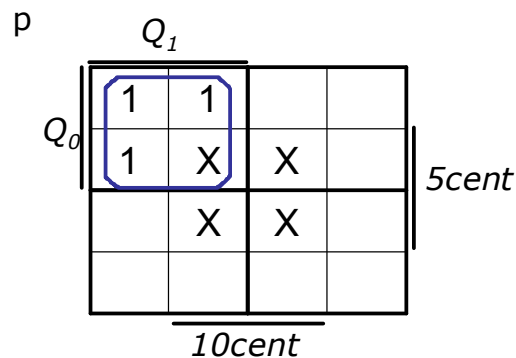
Veitch-ev diagram za D_1 :

t				t+1				
Q_1	Q_0	10cent	5cent	Q_1	Q_0	D_1	D_0	izhod p
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	X	X	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	X	X	X	X	X
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	X	X	X	X	X
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	X	X	X	X	X



$$D_1 = Q_1 + 5cent \cdot Q_0 + 10cent$$

Veitch-ev diagram za izhod p:



$$p = Q_1 \cdot Q_0$$

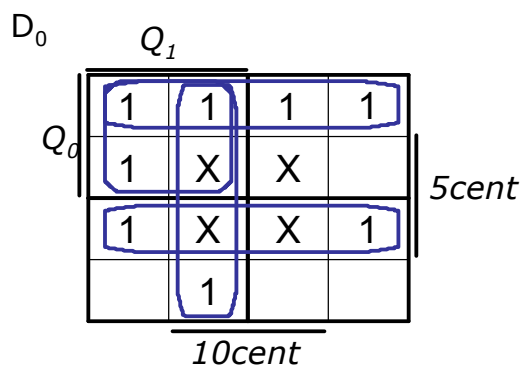
Iz dobljene tabele narišemo Veitch-eve diagrame za oba D-FF in izhod p:

$$D_0 = V(1, 4, 6, 9, 10, 12-14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

$$D_1 = V(2, 5, 6, 8, 9, 10, 12-14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

$$p = V(12-14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

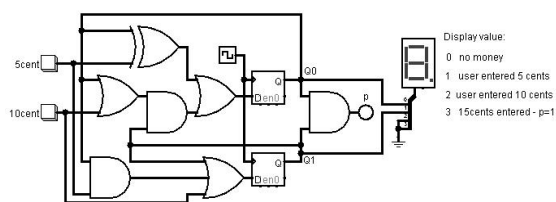
Veitch-ev diagram za D_0 :



$$D_0 = Q_1 \cdot Q_0 + \overline{5cent} \cdot Q_0 + 10cent \cdot Q_1 + 5cent \cdot \overline{Q_0}$$

$$D_0 = Q_1 \cdot (Q_0 + 10cent) + 5cent \oplus Q_0$$

Enačbo za izhod p bi lahko napisali tudi samo s sklepanjem, saj se izhod p postavi samo, ko je avtomat v stanju "kava plačana", ki ima kodo $Q_1Q_0="11"$ – torej ko bosta Q_1 in Q_0 enaka '1', bo izhod $p=1$.



Vezje se nahaja v Logisim predlogah rešenih nalog na domači strani predmeta: Logisim\fsm\Vending_machine_d_ff_5_10_cents_price_15cents.circ

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.
Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).
Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>