

RAZVOJ DIGITALNIH SISTEMOV

Izpit
12. 02. 2013

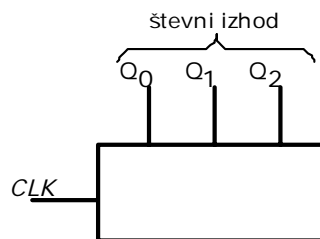
1. Realizirajte podano funkcijo f z redundantnimi makstermi s čim manj izbiralniki 4/1.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \&(1, 5, 7, 8, 9, 11, 12) \text{ in } \&_x(3, 4, 10, 15)$$

2. Ali je funkcija f linearna? Če je linearna, potem izračunajte koeficiente linearnosti. Če ni linearna, potem utemeljite zakaj.

$$f^4 = V(0, 3, 4, 7, 9, 10, 13, 14)$$

3. Prikažite sintezo 3-bitnega sinhronnega števca navzdol po Graye-vi kodi s T flip-flopi in logičnimi vrati. Števec ima 3-bitni števeni izhod (Q_2, Q_1, Q_0). Uporabite poimenovanje signalov, kot je narisano na spodnji sliki.



Z uporabo D flip-flopov, ki so proženi na sprednji rob signala ure CLK, načrtajte Moore-ove avtomat končnih stanj, ki deluje kot krmilje za kavni avtomat. Kava stane 15 centov, plačujemo pa lahko s kovancema za 5 in 10 centov.

Krmilje ima:

- vhod *5cent*, ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat kovanec za 5 centov,
- vhod *10cent* ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat kovanec za 10 centov,
- izhod *p*, ki postane '1', ko uporabnik vrže v avtomat skupno 15 centov.

Avtomat ne vrača drobiža in se ob detekciji plačila 15 centov ne vrača nazaj v začetno stanje, ampak ostane v končnem stanju. Vnos dveh kovancev naenkrat ni mogoč.

Rešitev 1. naloge:

Funkcija f je podana v obliki PKNO z redundancami.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \&(1, 5, 7 - 9, 11, 12) \text{ in } \&_x(3, 4, 10, 15)$$

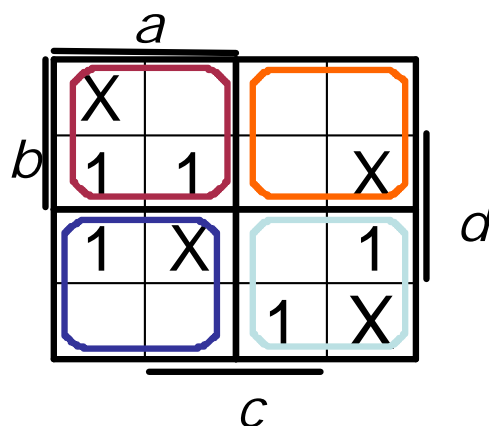
Za potrebe realizacije jo najprej pretvorimo v obliko PDNO. To storimo tako, da maksterme preslikamo v minterme. V pravilnostno tabelo funkcije najprej zapišemo številke mintermov (m) in pripadajoče številke makstermov (M). Vpišemo $f='0'$ za vse maksterme in $f='X'$ za vse redundantne maksterme. Na preostala mesta vpišemo $f='1'$ in preberemo pri katerih mintermih je $f='1'$ oz. $f='X'$ ter funkcijo izrazimo v obliki PDNO.

Dobimo:

$$f = V(1, 2, 9, 13, 15) \text{ in } V_x(0, 5, 11, 12)$$

Dobljeno funkcijo vrišemo v Veitch-ev diagram. Ker iščemo najcenejšo realizacijo z izbiralnikom 4/1, bomo naredili razvoj po vseh kombinacijah naslovnih spremenljivk v Veitchev-em diagramu. Če izberemo kot naslovni spremenljivki a b, potem dobimo:

m	M	a	b	c	d	f
0	15	0	0	0	0	X
1	14	0	0	0	1	1
2	13	0	0	1	0	1
3	12	0	0	1	1	0
4	11	0	1	0	0	0
5	10	0	1	0	1	X
6	9	0	1	1	0	0
7	8	0	1	1	1	0
8	7	1	0	0	0	0
9	6	1	0	0	1	1
10	5	1	0	1	0	0
11	4	1	0	1	1	X
12	3	1	1	0	0	X
13	2	1	1	0	1	1
14	1	1	1	1	0	0
15	0	1	1	1	1	1



V zgornjem Veitch-evem diagramu so označena vsa štiri polja štirih mintermov, če izberemo vhodni spremenljivki a in b . Zgornji levi kvadrat (rdeč) pomeni, da bo to polje izbrano ko bosta $ab="11"$, oranžni kvadrat ko bo $ab="01"$, temno modri ko bo $ab="10"$ in svetlo modri ko bo $ab="00"$. Vsakega od teh kvadratov poskušamo opisati s čimbolj enostavno funkcijo: Vrednost zgornjega levega kvadrata opišemo s spremenljivko d , če postavimo redundanco na '0'. Vrednost spodnjega desnega kvadrata je bolj komplicirana, saj moramo vsako '1' opisati posebej: Za zgornjo '1' v tem kvadratu velja $c \cdot d$, za spodnjo '1' pa $c \cdot d'$. Funkcija bo torej $c \cdot d + c \cdot d'$, kar je enačba funkcije XOR. Najbolj enostavna realizacija je zgornji desni kvadrat, ki je kar '0', če postavimo redundanco na '0'. Zato, da bi pregledali še ostale možnosti, moramo narisati še preostalih pet kombinacij dveh naslovnih vhodov.

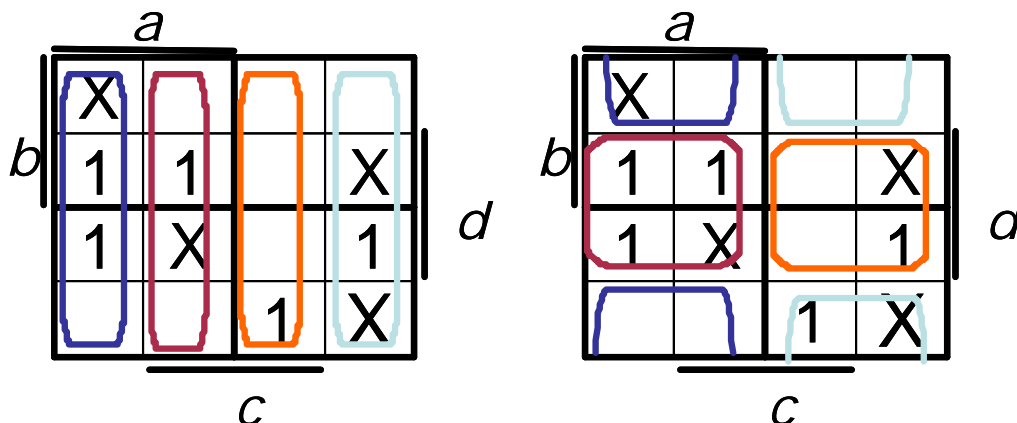
Če izberemo kot naslovni spremenljivki a in c , dobimo levi Veitchev diagram, če a in d , pa desnega. Podobno kot v prejšnjem primeru poiščemo realizacije ustreznih kvadratov in iščemo najcenejšo realizacijo: Izogibamo se veliko različnim funkcijam

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

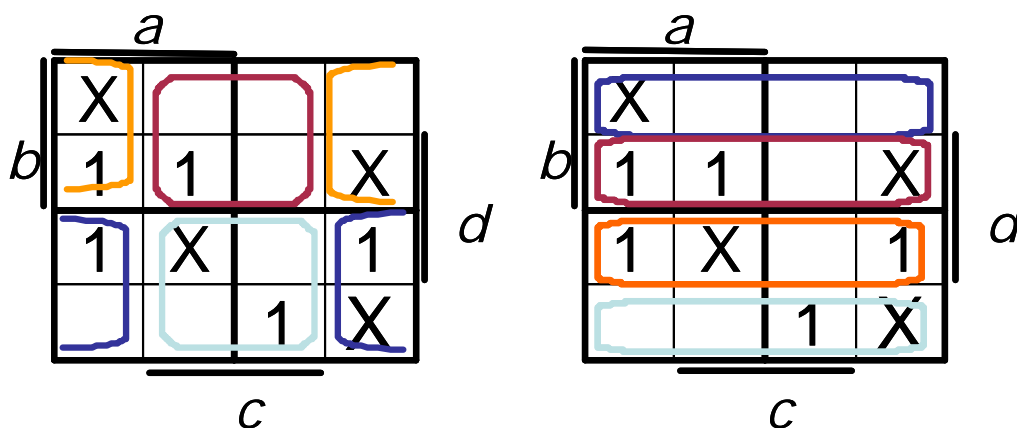
Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

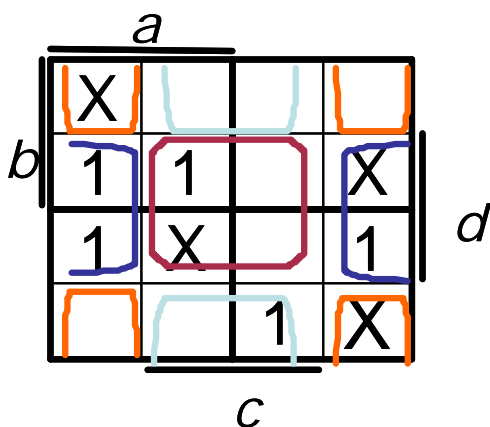
in iščemo inačice kvadratov, ki vsebujejo same '1' ali same '0'. Pri razvoju po a in c imamo pri ac="01" najneugodnejšo funkcijo, saj vsebuje eno samo '1'; medtem ko je razvoju po a in d nikjer ne nastopa ena sama '1' ali tri '1' ali diagonala (XOR) dveh '1'.



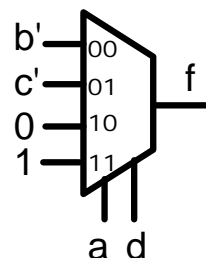
Nato izberemo naslovni spremenljivki b in c, (levi Veitchev diagram) in b in d (desni diagram). Pri razvoju po b in c imamo pri bc="11" najneugodnejšo funkcijo (rdeč), saj vsebuje eno samo '1'; medtem ko imamo pri razvoju po b in d pri bd="11" (rdeč) najneugodnejšo funkcijo, saj vsebuje tri '1'.



Zadnja kombinacija naslovnih vhodov je cd. Pri razvoju po c in d imamo pri cd="10" najneugodnejšo funkcijo (svetlo moder), saj vsebuje eno samo '1'. Najbolj ugodna kombinacija za realizacijo je torej razvoj po spremenljivkah a in d.



Končna realizacija funkcije:



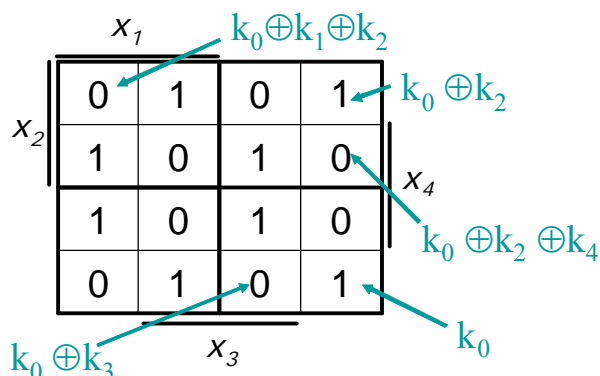
Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VŠŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 2. naloge:

Potrebno je določiti koeficiente linearnosti funkcije podane v PDNO. Linearnost funkcije ugotavljamo tako, da prepogibamo kvadrate diagrama: Začnemo v desnem spodnjem kotu (kjer je minterm 0) in prepognemo kvadrat navzgor, da se spremeni samo ena spremenljivka naenkrat (recimo da x_4 postane 1 v prvi iteraciji). Opazujemo, ali se prepogne na novi kvadrat čisto enako ali pa popolnoma negirano. Prepogibanje je prikazano v knjigi, stran 79, vaja 6.5.5.



Podana funkcija je funkcija 4 spremenljivk, zato lahko njeno splošno izražavo kot linearno funkcijo pišemo kot:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = k_0 \oplus k_1 x_1 \oplus k_2 x_2 \oplus k_3 x_3 \oplus k_4 x_4 \quad (1.1)$$

S pomočjo Veitch-evega diagrama izračunamo koeficiente.

Iz enačb sledi: $k_0=1$ in $k_0 \oplus k_3=0$, kar pomeni $0 \oplus k_3=1 \rightarrow k_3=1$.

In če napišemo še enačbo za $k_0 \oplus k_2=1$, kar pomeni $1 \oplus k_2=1$ sledi da je $k_2=0$.

Iz enačbe $k_0 \oplus k_2 \oplus k_4=0$, kar pomeni $1 \oplus 0 \oplus k_4=0 \rightarrow k_4=1$.

Če analiziramo naprej dobimo $k_0 \oplus k_1 \oplus k_2=0$, kar pomeni $1 \oplus k_1 \oplus 0=0 \rightarrow k_1=1$.

Če vstavimo dobljeno v enačbo (1.1) dobimo: $k_0=1 \quad k_1=1 \quad k_2=0 \quad k_3=1 \quad k_4=1$

In rešitev:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= 1 \oplus x_1 \oplus x_3 \oplus x_4 \\ f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1 \oplus x_3 \oplus x_4} \\ f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= (x_1 \equiv x_3 \equiv x_4) \end{aligned}$$

Rešitev 3. naloge:

Postopek sinteze zahteva, da zapišemo tabelo prehajanja stanj števca navzdol po Gray-evi kodi. Desetiška števna sekvenca po 3-bitni Grayevi kodi se glasi:
 ... 0, 4, 5, 7, 6, 2, 3, 1, 0, ...

Števno sekvenco zapišemo v tabelo:

trenutno stanje			naslednje stanje			enačbe T-FF		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2	Q_1	Q_0	T_2	T_1	T_0
0	0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1

Iz tabele prehajanja stanj števca določimo enačbe T-FF:

Za T_0 narišemo Veitchev diagram. Funkcija je funkcija linearna, zato jo bomo izrazili z XOR operacijami.

	Q_2			
Q_1	0	1	0	1
	1	0	1	0
	Q_0			

$$T_0 = Q_2 \oplus Q_1 \oplus Q_0$$

Podobno za T_1 narišemo Veitchev diagram

	Q_2			
Q_1	0	0	1	0
	0	1	0	0
	Q_0			

Za T_1 sledi:

$$T_1 = \overline{Q_2} \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_1 = (\overline{Q_2} \cdot Q_1 + Q_2 \cdot \overline{Q_1}) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je XOR, zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_1 = (Q_2 \oplus Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

In še za T_2 :

	Q_2			
Q_1	1	0	0	0
	0	0	0	1
	Q_0			

Za T_2 sledi:

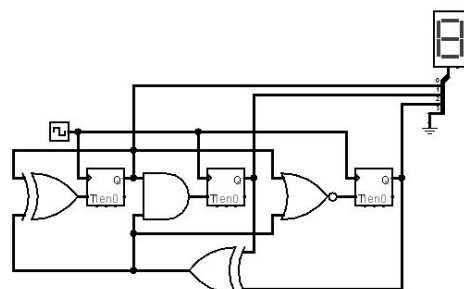
$$T_2 = \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_2 = (\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} + Q_2 \cdot Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je negacija XOR (za dve spremenljivki je to ekvivalenca), zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_2 = (\overline{Q_2 \oplus Q_1}) \cdot \overline{Q_0} = \overline{(Q_2 \oplus Q_1)} \cdot \overline{Q_0}$$

T-FF down 3-bit Gray code counter: 0, 4, 5, 7, 6, 2, 3, 1, 0, ...



Vezje se nahaja v Logisim predlogah rešenih nalog na domači strani predmeta: Logisim\counter\3-bit down Gray code counter.circ

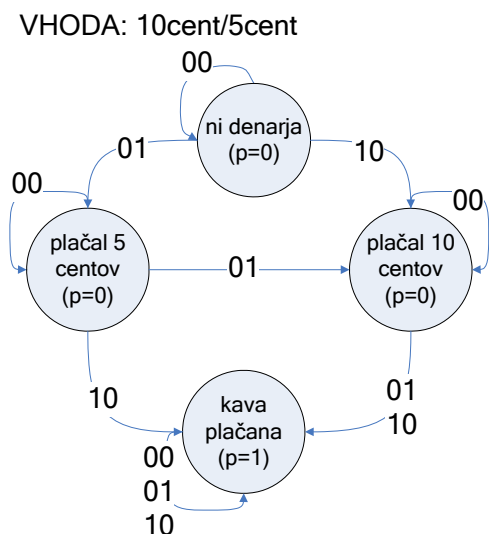
Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VŠŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 4. naloge:

Moore-ova realizacija avtomata končnih stanj. Opis diagrama stanj:



vrgel bo izhod v teh dveh stanjih enak $p=0$, ker še ni plačal celotne cene kave. Če smo v stanju "plačal 5 centov" in uporabnik vrže v avtomat 10 centov (10cent/5cent=10), potem preide v stanje "kava plačana", kjer postavimo izhod ($p=1$). Stanje "kava plačana" je končno in tam tudi ostanemo za vse možne kombinacije. Če smo v stanju "plačal 10 centov" in uporabnik vrže v avtomat 5 ali 10 centov (10cent/5cent=10 oz. 01), potem podobno preidemo v stanje "kava plačana", kjer postavimo izhod ($p=1$).

Naredimo tabelo prehajanja stanj:

trenutno stanje	10cent	5cent	naslednje stanje	izhod p
ni denarja	0	0	ni denarja	0
ni denarja	0	1	plačal 5 centov	0
ni denarja	1	0	plačal 10 centov	0
ni denarja	1	1	X	X
plačal 5 centov	0	0	plačal 5 centov	0
plačal 5 centov	0	1	plačal 10 centov	0
plačal 5 centov	1	0	kava plačana	0
plačal 5 centov	1	1	X	X
plačal 10 centov	0	0	plačal 10 centov	0
plačal 10 centov	0	1	kava plačana	0
plačal 10 centov	1	0	kava plačana	0
plačal 10 centov	1	1	X	X
kava plačana	0	0	kava plačana	1
kava plačana	0	1	kava plačana	1
kava plačana	1	0	kava plačana	1
kava plačana	1	1	X	X

Izberemo kodiranje stanj:

stanje	Q_1	Q_0
ni denarja	0	0
plačal 5 centov	0	1
plačal 10 centov	1	0
kava plačana	1	1

Na začetku se nahajamo v stanju "ni denarja", v katerem je izhod $p=0$. Vhoda v avtomat sta dva: 10cent in 5cent, kar na diagramu kodiramo kot 10cent/5cent.

Mehanizem za vnos kovancev preprečuje hkraten vnos dveh kovancev, torej je kombinacija (10cent/5cent=11) nemogoča, zato bo avtomat od tu lahko prešel v poljubno stanje (X). Če uporabnik ni vrgel denarja v avtomat (10cent/5cent=00), potem ostaja v stanju "ni denarja". Če uporabnik vrže v avtomat 5 centov (10cent/5cent=01), potem preide v stanje "plačal 5 centov". Če uporabnik vrže v avtomat 10 centov (10cent/5cent=10), potem preide v stanje "plačal 10 centov". Ne glede na to koliko je

Nad tabelo prehajanja stanj uporabimo predlagano kodiranje stanj:

Q_1	Q_0	10cent	5cent	Q_1	Q_0	izhod p
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	X	X	X
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	X	X	X
1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	X	X	X

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Naloga zahteva realizacijo z D–FF:

t				t+1				
Q ₁	Q ₀	10cent	5cent	Q ₁	Q ₀	D ₁	D ₀	izhod p
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	X	X	X	X	X
0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	X	X	X	X	X
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	X	X	X	X	X
1	1	0	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	X	X	X	X	X

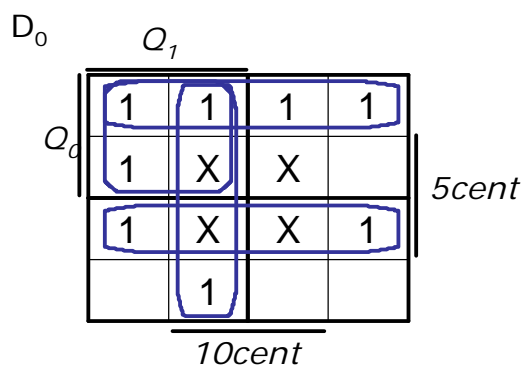
Iz dobljene tabele narišemo Veitch–eve diagrame za oba D–FF in izhod p:

$$D_0 = V(1, 4, 6, 9, 10, 12-14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

$$D_1 = V(2, 5, 6, 8, 9, 10, 12-14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

$$p = V(12-14) \text{ in } Vx(3, 7, 11, 15)$$

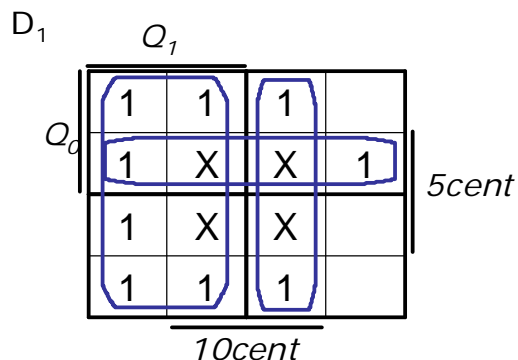
Veitch–ev diagram za D₀:



$$D_0 = Q_1 \cdot Q_0 + \overline{5cent} \cdot Q_0 + 10cent \cdot Q_1 + 5cent \cdot \overline{Q_0}$$

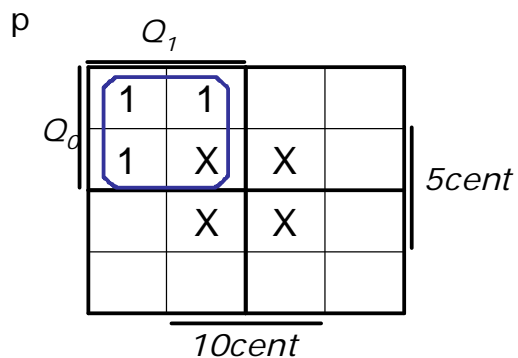
$$D_0 = Q_1 \cdot (Q_0 + 10cent) + 5cent \oplus Q_0$$

Veitch–ev diagram za D₁:



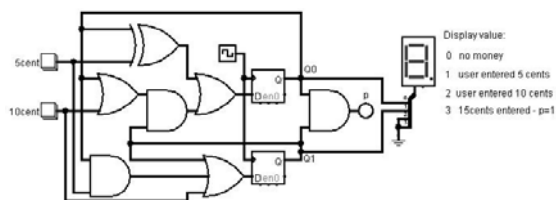
$$D_1 = Q_1 + 5cent \cdot Q_0 + 10cent$$

Veitch–ev diagram za izhod p:



$$p = Q_1 \cdot Q_0$$

Enačbo za izhod p bi lahko napisali tudi samo s sklepanjem, saj se izhod p postavi samo, ko je avtomat v stanju "kava plačana", ki ima kodo Q₁Q₀="11" – torej ko bosta Q₁ in Q₀ enaka '1', bo izhod p=1.



Vezje se nahaja v Logisim predlogah rešenih nalog na domači strani predmeta: Logisim\fsm\Vending_machine_d_ff_5_10_cents_price_15cents.circ