

RAZVOJ DIGITALNIH SISTEMOV

Izpit

11. 09. 2013

1. Realizirajte izbiralnik vodil (ang. bus multiplexer) s petimi 4-bitnimi vhodnimi vodili A, B, C, D, E. Glede na naslovni vhod $a_2a_1a_0$ je izhod y določen s tabelo:

| a_2 | a_1 | a_0 | y |
|-------|-------|-------|-----|
| 0 | 0 | 0 | A |
| 0 | 0 | 1 | B |
| 0 | 1 | 0 | A |
| 0 | 1 | 1 | C |
| 1 | 0 | 0 | A |
| 1 | 0 | 1 | D |
| 1 | 1 | 0 | A |
| 1 | 1 | 1 | E |

Uporabite lahko največ 3 od sledečih integriranih vezij:

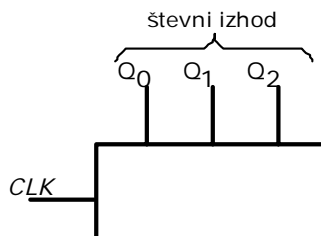
74153 (2*MUX 4/1, skupni naslov)

74157 (4*MUX 2/1, skupni naslov)

2. Realizirajte podano funkcijo f z eno 4-bitno aritmetično-logično enoto (ALU). Morebitne negacije vhodnih spremenljivk izvedite z ALU.

$$f(a,b,c,d,e) = a \cdot b \cdot d + \bar{c} \cdot d + \bar{e}$$

3. Prikažite sintezo 3-bitnega sinhronega števca *navzdol* po Grayevi kodi s T flip-flopi in logičnimi vrati. Števec ima 3-bitni števeni izhod (Q_2 , Q_1 , Q_0). Uporabite poimenovanje signalov, kot je narisano na spodnji sliki.



4. Realizirajte avtomat končnih stanj, ki ima dva vhoda w_1 in w_2 in izhod z . Namen avtomata končnih stanj je primerjava zaporedja vhodnih signalov w_1 in w_2 : Avtomat postavi izhod $z=1$, če je štiri predhodne periode signala ure veljalo $w_1=w_2$, sicer je izhod $z=0$. Delovanje avtomata končnih stanj povzema spodnje časovno zaporedje vhodov in izhoda.

| | t_0 | t_1 | t_2 | t_3 | t_4 | t_5 | t_6 | t_7 | t_8 | t_9 | t_{10} | t_{11} | t_{12} |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|
| w_1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| w_2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| z | — | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

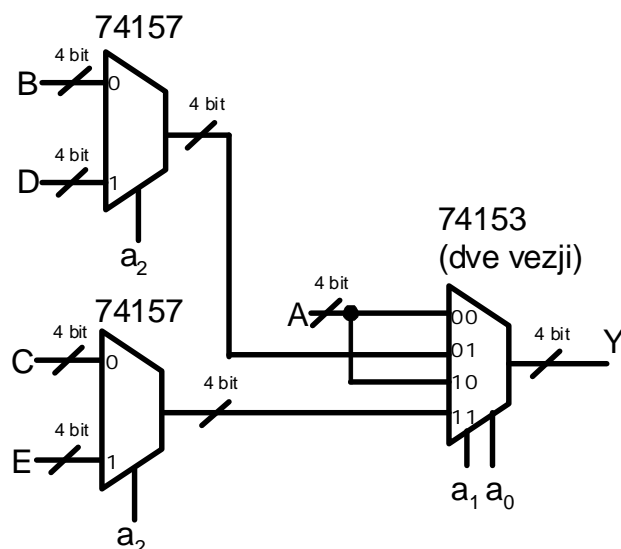
Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 1. naloge:

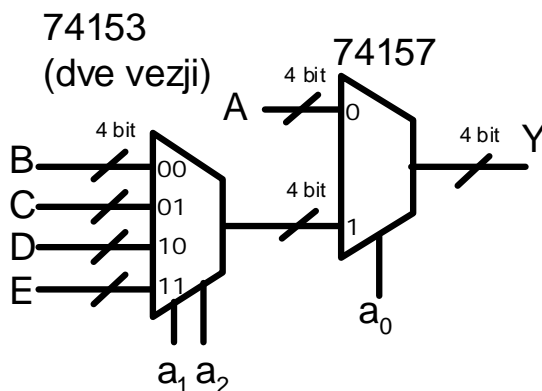
Naloga zahteva, da realiziramo izbiralnik MUX 8/1, ki je 4-biten, saj izbiramo med petimi 4-bitnimi vhodnimi vodili A, B, C, D, E. Iz tabele delovanja se vidi, da je vodilo A izbrano za vse kombinacije naslovov, pri katerih je $a_1 a_0 = 10$ ali $a_1 a_0 = 00$. Te kombinacije lahko izvedemo z dvema vezjema 74153; vsako od teh vezij vsebuje dva izbiralnika 4/1 in imata skupno naslovno vodilo.

Naslovno vodilo $a_1 a_0$ vežemo soležno: a_1 prvega vezja in drugega 74153 skupaj in a_0 prvega 74153 in drugega 74153 skupaj. Tako dobimo 4-bitni izbiralnik 4/1. Na drugem nivoju realiziramo 4-bitna izbiralnika 2/1, pri katerem vežemo na naslovni vhod a_2 . Vsakega od teh izbiralnikov realiziramo z enim vezjem 74157, ki vsebuje štiri vezja 1-bitnih izbiralnikov 2/1. Vsi izbiralniki znotraj 74157 imajo že skupni naslov povezan, torej vežemo samo vzporedno obe vezji 74157, kot je narisano na sliki. Na eno vezje 74157 vežemo 4-bitni vhod B oz. D, na vezje 74157 vežemo 4-bitni vhod C oz. E. Vendar ta rešitev vsebuje 4 vezja, zato jo poskusimo dodatno minimizirati.



Ponuja se nam tudi druga možnost izvedbe, pri kateri na prvem nivoju uporabimo en 4-bitni 2/1 izbiralnik, na drugem nivoju pa dva 4-bitna 4/1 izbiralnika.

Realizacija posameznih izbiralnikov je enaka kot pri prvi rešitvi.



Rešitev 2. naloge:

Funkcija f je podana v obliki MDNO.

$$f(a,b,c,d,e) = a \cdot b \cdot d + \bar{c} \cdot d + \bar{e}$$

Aritmetično–logično enota lahko poleg aritmetičnih naenkrat realizira štiri dvovhodne logične operacije *istega tipa* (OR, AND, NOT, NOR, NAND, XOR, XNOR), zato nas zanima realizacija zgornje funkcije z dvovhodnimi operatorji enega tipa. Pri realizaciji so zato primerne čimbolj nenormalne oblike (večnivojske oblike), samo da vsebujejo operatorje ene vrste. Podana funkcija je v MDNO, zato za neposredno realizacijo s 4-bitno ALU ni primerna, saj vsebuje operaciji AND in OR – torej bi za realizacijo rabili najmanj dve aritmetični–logični enoti in tretjo za izvedbo inverterjev. Funkcijo MDNO prevedemo na operator enega tipa – operator NAND, kar pomeni obliko SNO (Sheffer–jeva normalna oblika funkcije):

$$f(a,b,c,d,e) = a \cdot b \cdot d + \bar{c} \cdot d + \bar{e}$$

$$f(a,b,c,d,e) = (a \cdot b + \bar{c}) \cdot d + \bar{e}$$

Najprej pri prvih dveh členih izpostavimo člen d , saj petih operacij z eno 4 bitno ALU ne moremo izvesti.

$$f(a,b,c,d,e) = (a \cdot b + \bar{c}) \cdot d + \bar{e}$$

$$f(a,b,c,d,e) = \overline{\overline{(a \cdot b + \bar{c}) \cdot d + \bar{e}}}$$

Za pretvorbo v SNO nad vsemi konjunkcijami izvedemo dvojno negacijo. Nad členom v oklepaju uporabimo De Morganov teorem, da dobimo izražavo z NAND operatorjem.

$$f(a,b,c,d,e) = \overline{\overline{\left(\overline{(a \cdot b) \cdot c} \right) \cdot d + \bar{e}}}$$

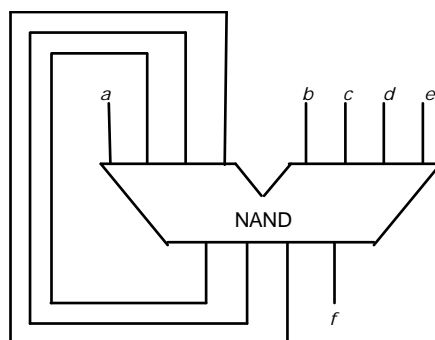
Podobno storimo še enkrat:

$$f(a,b,c,d,e) = \overline{\overline{\left(\overline{\left(\overline{(a \cdot b) \cdot c} \right) \cdot d \cdot e} \right)}}$$

Dobljene NAND operatorje predstavimo z oklepaji.

$$f(a,b,c,d,e) = \left(\left(\left(a \uparrow b \right) \uparrow c \right) \uparrow d \right) \uparrow e$$

Narišemo realizacijo:



Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

Rešitev 3. naloge:

Postopek sinteze zahteva, da zapišemo tabelo prehajanja stanj števca navzdol po Gray–evi kodi. Desetiška števna sekvenca po 3–bitni Grayevi kodi se glasi:

... 0, 4, 5, 7, 6, 2, 3, 1, 0, ...

Števno sekvenco zapišemo v tabelo:

| trenutno stanje | | | naslednje stanje | | | enačbe T–FF | | |
|-----------------|-------|-------|------------------|-------|-------|-------------|-------|-------|
| Q_2 | Q_1 | Q_0 | Q_2 | Q_1 | Q_0 | T_2 | T_1 | T_0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Iz tabele prehajanja stanj števca določimo enačbe T–FF:

Za T_0 narišemo Veitchev diagram. Funkcija je funkcija linearna, zato jo bomo izrazili z XOR operacijami.

| | | | | |
|-------|-------|---|---|---|
| | Q_2 | | | |
| Q_1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | 1 | 0 | 1 | 0 |
| | Q_0 | | | |

$$T_0 = Q_2 \oplus Q_1 \oplus Q_0$$

Podobno za T_1 narišemo Veitchev diagram

| | | | | |
|-------|-------|---|---|---|
| | Q_2 | | | |
| Q_1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | Q_0 | | | |

Za T_1 sledi:

$$T_1 = \overline{Q_2} \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_1 = (\overline{Q_2} \cdot Q_1 + Q_2 \cdot \overline{Q_1}) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je XOR, zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_1 = (Q_2 \oplus Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

In še za T_2 :

| | | | | |
|-------|-------|---|---|---|
| | Q_2 | | | |
| Q_1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | Q_0 | | | |

Za T_2 sledi:

$$T_2 = \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} + Q_2 \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_0}$$

$$T_2 = (\overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} + Q_2 \cdot Q_1) \cdot \overline{Q_0}$$

Operacija v oklepajih je negacija XOR (za dve spremenljivki je to ekvivalenca), zato enačbo lahko poenostavimo v:

$$T_2 = (\overline{Q_2 \oplus Q_1}) \cdot \overline{Q_0}$$

Rešitev 4. naloge:

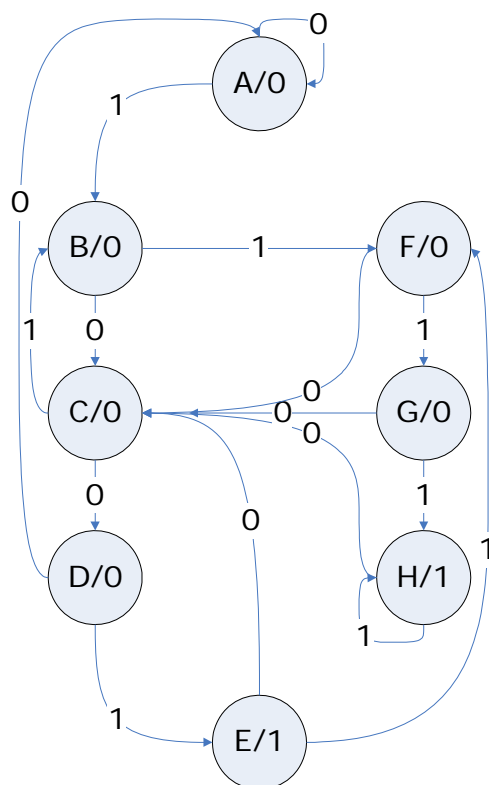


Diagram stanj začnemo risati tako, da najprej narišemo začetno stanje (A) v katerega se vračamo vedno, kadar sekvenca ne bo podobna tisti, ki jo zaznavamo (1111 oz. 1001). V tem stanju vztrajamo toliko časa, dokler je na vhodu '0', saj se nobena od sekvenc ne začneja z '0'. Ko pride na vhod prva '1', preidemo v drugo stanje (B), v katerem imamo dve možnosti, saj se sekvenci razlikujeta na drugem mestu: Če na vhod tega stanja pride '0', bomo zaznavali sekvence tipa '10XX', če pa pride '1', potem pa sekvence tipa '11XX'. Recimo, da v stanju B na vhod pride '0', torej napredujemo v stanje C. V tem stanju se ponovno lahko pojavi '0' – torej bi bila na vhodu sekvenca

tipa '100X', kar bi nas vodilo do naslednjega stanja D. Če pa se pojavi na vhodu logična '1' je sicer sekvenca napačna, vendar moramo to predstaviti tako kot da je na vhod prišla že prva '1' od sekvence - naloga namreč pravi, da se sekvence lahko med seboj prekrivajo. S podobnim načinom razmišljanja narišemo naslednje stanje E, v katero napredujemo iz D samo, ko vanj pride '1', kar pomeni da smo v tem stanju zaznali sekvenco "1001", zato je v tem stanju izhod vezja enak '1'. Stanja F, G in H služijo pomnjenju koliko enic je prišlo na vhod vezja in sicer: stanje F pomenita "11" na vhodu vezja, stanje G tri enice in zadnje stanje H četrto enico sekvence. Slednje stanje vztraja, dokler je na vhodu '1', saj tako rešimo prekrivanje vzorca '1111'. Če pa v kateremkoli od stanj F, G in H pride na vhod '0', se postavimo v stanje C, saj to stanje pomeni, da je na vhodu sekvenca '10XX'.

Tabela prehajanja stanj:

| trenutno stanje | | naslednje stanje | | izhod |
|---------------------------------------|-------------|------------------|-----|-------|
| pomen stanja | koda stanja | w=0 | w=1 | z |
| začetno stanje | A | A | B | 0 |
| prva enica '1001' ali '1111' na vhodu | B | C | F | 0 |
| prva ničla '1001' na vhodu | C | D | B | 0 |
| druga ničla '1001' na vhodu | D | A | E | 0 |
| druga enica '1001' na vhodu | E | C | F | 1 |
| druga enica '1111' na vhodu | F | C | G | 0 |
| tretja enica '1111' na vhodu | G | C | H | 0 |
| četrta enica '1111' na vhodu | H | C | H | 1 |

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

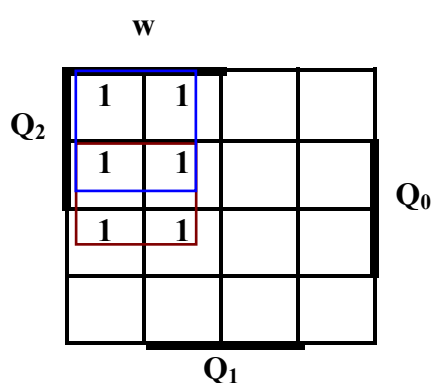
Za izvedbo bomo rabili najmanj 3 FF, saj je stanj 8. Izberemo zaporedno kodiranje stanj se pravi A=000, B=001, C=010, D=011, E=100, F=101, G=110, H=111.

Vzbujalna tabela:

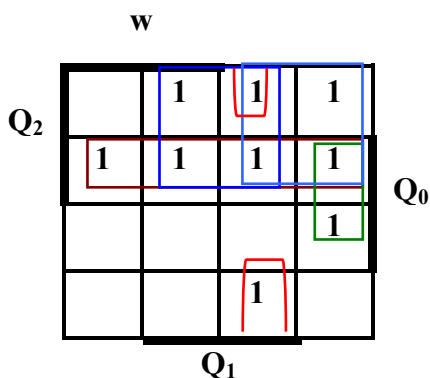
| trenutno stanje | | | | naslednje stanje | | | | | | izhod |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|-------|
| | | | | w=0 | | | w=1 | | | |
| | Q ₂ (t) | Q ₁ (t) | Q ₀ (t) | Q ₂ (t+1) | Q ₁ (t+1) | Q ₀ (t+1) | Q ₂ (t+1) | Q ₁ (t+1) | Q ₀ (t+1) | z |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| B | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| C | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| D | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| F | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| G | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| H | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Iz vzbujalne tabele sestavimo tri Veitcheve diagrame:

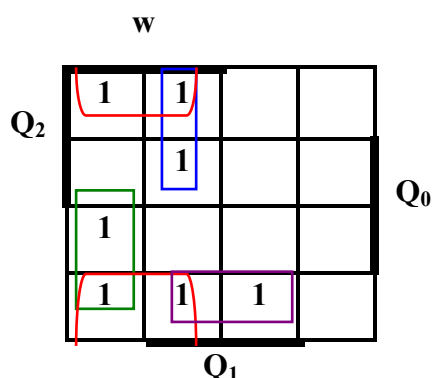
$Q_2(t+1)$:



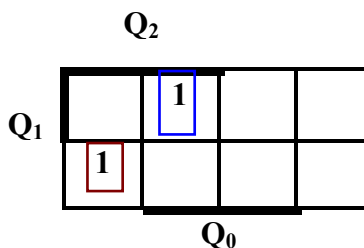
$Q_1(t+1)$:



$Q_0(t+1)$:



z:



Funkcije v Veitchevih diagramih minimiziramo in dobimo enačbe za realizacijo s pomočjo D flip-flopov. Realizacija s pomočjo D flip-flopov je najbolj enostavna, saj je enačba D flip-flopa:

$$D = Q(t+1) \quad (3.1)$$

Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>

kar pomeni, da lahko iz minimizacije Veitchevih diagramov naslednjih stanj zapišemo enačbe za vhode D flip-flopov:

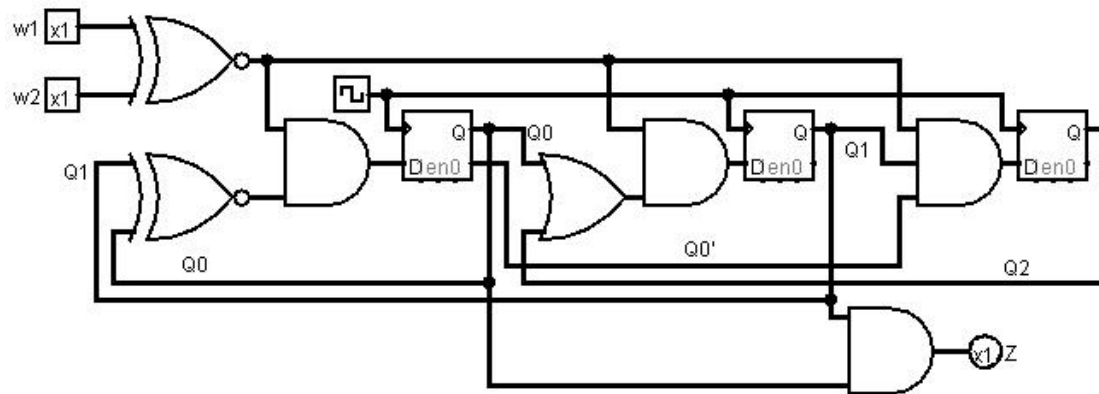
$$\begin{aligned}
 D_2 &= Q_2(t+1) = w \cdot Q_2(t) + \bar{w} \cdot Q_0(t) = w \cdot (Q_2(t) + Q_0(t)) \\
 D_1 &= Q_1(t+1) = Q_2(t) \cdot (Q_1(t) + Q_0(t)) + \bar{w} \cdot (Q_2(t) + \bar{Q}_1(t) \cdot Q_0(t) + Q_1(t) \cdot \bar{Q}_0(t)) = \\
 D_1 &= Q_1(t+1) = Q_2(t) \cdot (Q_1(t) + Q_0(t)) + \bar{w} \cdot (Q_2(t) + Q_1(t) \oplus Q_0(t)) \\
 D_0 &= Q_0(t+1) = w \cdot \bar{Q}_0(t) + w \cdot \bar{Q}_2(t) \cdot \bar{Q}_1(t) + w \cdot Q_2(t) \cdot Q_1(t) + \bar{Q}_1(t) \cdot Q_1(t) \cdot \bar{Q}_0(t) = \\
 D_0 &= Q_0(t+1) = w \cdot (\bar{Q}_0(t) + \bar{Q}_2(t) \oplus Q_1(t)) + \bar{Q}_1(t) \cdot Q_1(t) \cdot \bar{Q}_0(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

Izhod z lahko zapišemo kot:

$$z = Q_2(t) \cdot (Q_1(t) \cdot Q_0(t) + \bar{Q}_1(t) \cdot \bar{Q}_0(t)) = Q_2(t) \cdot \overline{Q_1(t) \oplus Q_0(t)}
 \tag{3.3}$$

Vezje avtomata narišemo iz enačb (3.2) in (3.3).

Opis delovanja in vezje avtomata, ki primerja enakost znotraj 4 period signala ure je v predlogah vaj na domači strani predmeta v imeniku Logisim\fsm\fsm_four_periodes_of_equality.circ



Čas pisanja je 60 minut. Vsaka naloga je vredna 10 točk.

Na list z rešitvami se podpišite in napišite še vpisno številko ter kateri predmet pišete (VSŠ, UNI).

Rezultati bodo objavljeni na: <https://estudent.fri.uni-lj.si>